

Corso di Teoria dei Segnali a.a. 2010-2011



Esercitazione n. 6 – Codici di linea e PSD – Parte 1

CODICI DI LINEA

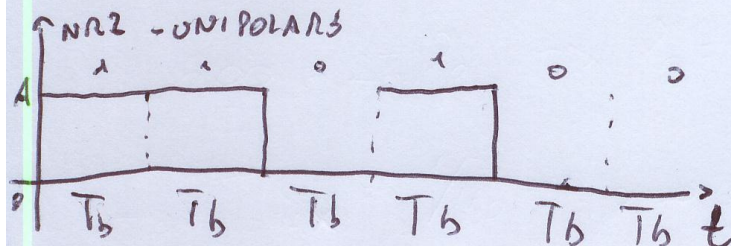
(SEGNALE BINARIO)

UN GDSM CO SIGNALS DIGITALS PUO' ESSERE RAPPRESENTATO DA:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n f(t - nT_s)$$

IN CUI: $f(t)$ impulso elementare e

T_s : intervallo di simbolo

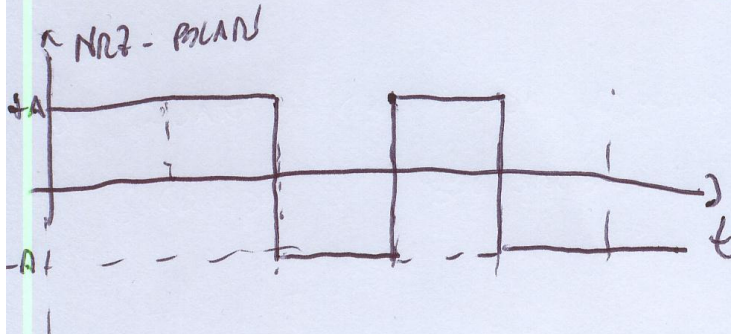


$$f(t) = \pi\left(\frac{t}{T_b}\right) \quad (T_s = T_b \text{ per segnali binari})$$

$T_s = 2T_b$ per segnali multilivello

il numero di bit associati ad ogni livello)

$\{a_n\}$ seq. cosuole decodati



$a_n = +A, 0$

$$f(t)_{\text{pol}} = \pi\left(\frac{t}{T_b}\right)$$

$a_n = +A, -A$

IN GDSRACS

$$P_s(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{jk\omega T_s}$$

$$F(f) = \mathcal{F}[f(t)]$$

$$R(k) = \sum_{i=1}^I (a_i a_{i+k}) P_i$$

QUINDI LA PSD DIPENDE DA $f(t)$ E DALLA

PROPRIETÀ STATISTICHE DEI DATI

NRZ - UNIPOLARE

$$f(t) = \pi \left(\frac{t}{T_b} \right) \rightarrow F(f) = T_b \operatorname{sinc}(\pi f T_b)$$

$$R(k) = \begin{cases} \frac{1}{2} A^2 & k=0 \\ \frac{1}{4} A^2 & k \neq 0 \end{cases}$$

$$P_{\text{NRZ-unipol}}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \operatorname{sinc}^2(\pi f T_b) \left[1 + \frac{1}{T_b} \delta(f) \right]$$

$$R = m f_s = 1 f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_b} \quad \text{con} \quad \operatorname{sinc}(x) = x \quad \text{se} \quad x = \pi f T_b$$

NRZ - POLARS

$$R(k) = \begin{cases} A^2 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \quad P_{\text{NRZ-pol}}(f) = A^2 T_b \operatorname{sinc}^2(\pi f T_b)$$

RZ - POLARS

$$P_{\text{RZ-pol}} = \frac{A^2 T_b}{16} \operatorname{sinc}^2(\pi f T_b / 2) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

autocorrelazione delle
seq. di dati

P_i = probabilità che
(an anti) assume
l'i-esimo valore
possibile

RZ - BIPOLARS

$$P_{RZ-BIP.}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \text{sinc}^2(\pi f T_b / 2) \sin^2(\pi f T_b)$$

NRZ - MANCHESTER

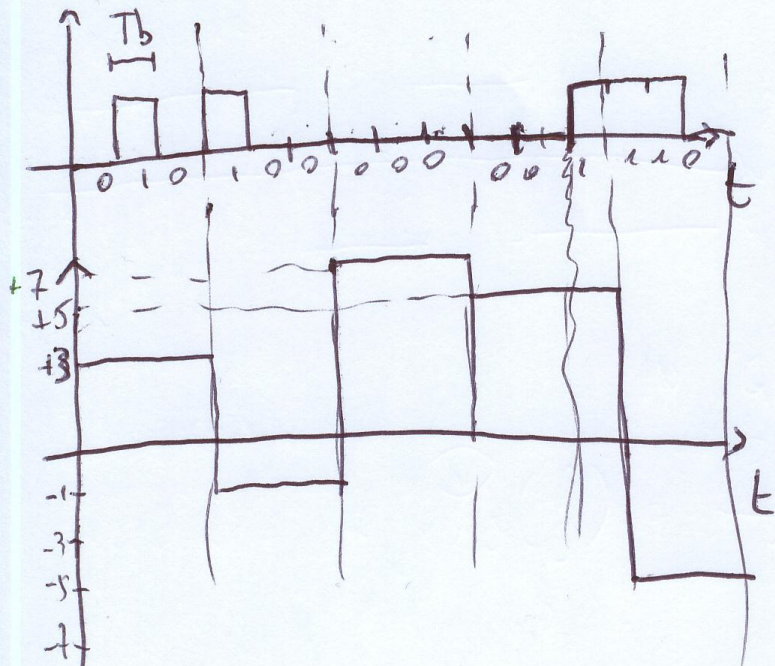
$$P_{NRZ-MAN.}(f) = A^2 T_b \text{sinc}^2(\pi f T_b / 2) \sin^2(\pi f T_b / 2)$$

SIGNAL MULTILIVELLO

(rate R)

SIGNALS BINARIO \rightarrow NRZ MULTILIVELLO

DAC A 2-bit $L = 2^L$ LIVELLI



DIG. IN	ANALOG. OUT
000	+7
001	+5
010	+3
011	+1
100	-1
101	-3
110	-5
111	-7

$$D = \frac{1}{2T_b} = \frac{1}{3T_b} = \frac{R}{3}$$

IN GENERAL

$$D = R/e$$

$$P_s(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j\omega k T_s}$$

$$L = 2^L = 2^3 = 8$$

$$R(k) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (a_n a_{n+k})_i R_i$$

IPBTSS1 $P_i = 1/8$ (equiprobabilità)

$$R(0) = (-7)^2 \cdot \frac{1}{8} + (-5)^2 \cdot \frac{1}{8} + (-3)^2 \cdot \frac{1}{8} + (-1)^2 \cdot \frac{1}{8} + 1^2 \cdot \frac{1}{8} + 3^2 \cdot \frac{1}{8} + 5^2 \cdot \frac{1}{8} + 7^2 \cdot \frac{1}{8} =$$

$$= \left(\frac{49}{8} + \frac{25}{8} + \frac{9}{8} + \frac{1}{8} \right) \times 2 = (6,125 + 3,125 + 1,125 + 0,125) \times 2 = 10,5 \times 2 = 21$$

$R(k) \neq 0$ per $k=0$

$R(k) = 0$ per $k \neq 0$ (si mantengono i segni)

$$P(f) = \frac{|R(f)|^2}{T_s} (21 + 0) \quad T_s = 3T_b \quad f(f) = \pi \left(\frac{t}{3T_b} \right)$$

$$P_s(f) = 63T_b \text{ sinc}^2(\pi f 3T_b)$$

$$B \triangleq \frac{1}{T_s} = R/3$$

$$|B \triangleq R/2|$$

EFFICIENZA SPETTRALE: NUMERO DI BIT CHE SI POSSONO TRASMETTIRE

IN UNA BANDA UNITARIA DI 1 Hz :

$$\eta = R/B$$

Tipo	B	η
UNI. NRZ	R	1
BI. NRZ	R	1
UNI. RZ	2R	1/2
BI. RZ	R	1
MANCH.	2R	1/2
ML NRZ	R/2	2

ESEMPIO 33)

CODICE DI LINEA NRZ UNIPOLARE CONVERTITO IN MULTILIVELLO TRAMITE
DAC $L=32$; segnale ha impulsi $\pi(t/T)$ $T=0,3472\text{ms}$. CALCOLARE:

~~33~~ IL SEGNALE MULTILIVELLO:

a) VELOCITÀ ESPRESSA IN BAUD

$$D = \frac{N \text{ simboli}}{T_0 \text{ tempo}} = \frac{1 \text{ impulso rett.}}{0,3472 \times 10^{-3} \text{ s}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = 1/0,3472 \times 10^{-3} = 2880 \text{ baud}$$

b) VELOCITÀ IN bit : $L=32 \Rightarrow l=5$ in To. trasmetto 5 bit \Rightarrow

$$\Rightarrow R = lD = 5 \cdot 2880 = 14,4 \text{ kbps}$$

c) Banda del segnale multilivello : $B = R/l = 2880 \text{ Hz}$

PSR 16 SSGNACS NRZ' UNIP:

a) $N=5$ impulsi in $T_0 = 0,3472 \Rightarrow D = 5 / 0,3472 \times 10^{-3} = 14400 \text{ baud}$

b) $R = D = 14400 \text{ bps}$

c) $B = R/l = 14400 / 1 = 14400 \text{ Hz}$

ESSEMPIO 35)

UN SISTEMA DIGITALE MULTILIVELLO INVIA UNO TRA 16 POSSIBILI LIVELLI OGNI 0.8 MS; VALUTARE:

- a) NRO DI BIT ASSOCIATO AD OGNI LIVELLO: $L=16 \Rightarrow L=2^l \Rightarrow l=\log_2 L=4$
- b) VELOCITÀ DI SEGNALE $\Rightarrow \frac{1}{0.8 \times 10^{-3}} = 1250 \text{ simboli/s} = D = 1250 \text{ baud}$
- c) VELOCITÀ IN BIT $\Rightarrow R = lD = 4 \cdot 1250 = 5000 \text{ bps}$

ESSEMPIO 36)

FORMA D'ONDA ANALOGICA CODIFICATA IN PCM E POI CONVERTITA IN
SEGNALE MULTILIVELLO PER LA TRASMISSIONE SUL CANALE. LA BANDA
DEL SEGNALE ANALOGICO È $B=2700 \text{ Hz}$
(8 livelli)

a) MINIMA VELOCITÀ DI BIT DEL SEGNALE PCM : $B = 2700$ $f_{\text{min}} = 2 \cdot 2700 = 5400 \text{ Hz}$
NON ABBIAMO VINCOLI SUL QUANTIZZATORE, SCEGLIAMO $M = 32 \Rightarrow m = 5$
DA CUI : $R = m f_s = 5 \cdot 5400 = 27000 \text{ bps}$

b) MINIMA VELOCITÀ DI SEGNALE MULTILIVELLO :
 $R_{\text{PCM}} = 27000 \text{ bps} \Rightarrow T_b = \frac{1}{27000} \approx 3,7 \times 10^{-5} \text{ s}$

$L = 8 \Rightarrow l = 3$ QUINDI I SIMBOLI SONO COMPOSTI DA 3 BIT \Rightarrow
 $\Rightarrow R = l D$ MA $D = \frac{1}{3 T_b} \Rightarrow R = 3 \cdot \frac{1}{3 T_b} = 27000 \text{ bps}$

ESEMPIO 37)

UN SEGNALE DIGITALE HA $L = 16$ LIVELLI E IMPULSONE ZERATO DA :

$$f(t) = \pi \left(\frac{t}{T_s} \right)$$

T_s = interv. di simbolo

a) DETERMINARE L'ESPRESSIONE DELLA PSD DEL SEGNALE NEL CASO DI SIMBOLI EQUIPROBABILI CON LIVELLO MASSIMO PARI A 15V :

$$L = 16 \Rightarrow \ell = \log_2 16$$

$$P_s(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{j k \omega T_s}$$

16

PER $k=0$ SI HANNO 16 COMBINAZIONI

$$E P_i = \frac{1}{16}$$

0000	15
0001	14
0010	13
0011	12
0100	11
0101	10
0110	9
0111	8
1000	7
1001	6
1010	5
1011	4
1100	3
1101	2
1110	1
1111	0

$$D_{16,2} = 16^2 = 256$$

$$\Rightarrow R(1) = \frac{1}{256} \sum_{i=1}^{\infty} (a_i a_{i+1}) =$$

$$+(-1) [(-15) + (-13) + (-11) - - - - -]$$

(15+)

$$+ \begin{matrix} + \\ - \\ + \end{matrix} \quad + (15) \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad I =$$

== 0

$$\Rightarrow P_s(f) = \frac{|F(f)|^2}{T_s} \cdot 85 = \frac{T_s^2 \text{sinc}^2(\pi f T_s)}{T_s} \cdot 85 \Rightarrow 85 T_s \text{sinc}^2(\pi f T_s)$$